第6講　万有引力

PART1 万有引力

目標　万有引力について学びましょう。

Chapter1　万有引力

万有引力の法則

重要

質量をもつ物体の間には必ず引力が作用します。

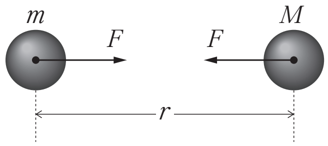
　質量 m の物体と質量 M の物体が距離 r 離れているとき，2 物体の間にはたらく万有引力の大きさは

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ [単位：N]

(F：万有引力 [N]　G：万有引力定数 [N・m^2/kg^2]
m，M：質量 [kg]　　r：距離 [m]　)

重要

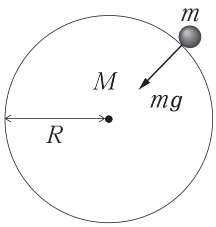
万有引力定数の値は
$G = 6.67\times10^{-11}$[N・m^2/kg^2]



重力加速度 g との関係

　質量 m の物体が，質量 M，半径 R の地球の表面にいるときにかかる万有引力が mg だから，

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}$$



覚えておこう

「地球」のように物体の大きさを考慮する場合，その質量が中心に集中していると考えます。

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(g：重力加速度 [m/s^2]　G：万有引力定数 [N・m^2/kg^2]
m，M ：質量 [kg]　　R：半径 [m]　)

まとめ

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

< Note >

Chapter2　演習問題

地球の質量を M，地球の半径を R，重力加速度を g，万有引力定数を G とする。第1宇宙速度（地表すれすれの円軌道上を，万有引力により運動している物体の速さ）を考える。

問1　第1宇宙速度を M，R，G を用いて表せ。

問2　第1宇宙速度を g，R を用いて表せ。

< Note >

第 6 講　PART1　確認問題

問 1　地表から高さ h の上空で，地球のまわりを等速円運動で回る人工衛星を考える。地球は半径 R の完全な球であるとし，地表での重力加速度の大きさを g とする。

(1)　地球の質量を M，万有引力定数を G とする。地表にある質量 m の物体に働く重力が，地球から受ける万有引力に等しいことを考えて，GMを g，Rを用いて表すとどうなるか。最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$GM = gR$　　②　$GM = g^2R$

③　$GM = gR^2$　　④　$GM = g^2R^2$

(2)　人工衛星の速さとして最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$\sqrt{gR}$　　②　$\sqrt{g(R+h)}$

③　$\sqrt{\dfrac{g}{R}}$　　④　$R\sqrt{\dfrac{g}{R+h}}$

(3)　人工衛星の周期として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$\sqrt{\dfrac{R}{g}}$　　②　$2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$

③　$\dfrac{R+h}{R}\sqrt{\dfrac{R+h}{g}}$　　④　$\dfrac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\dfrac{R+h}{g}}$

< Note >

第 6 講　万有引力

PART1　万有引力

問 1 $\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

問 2 $\sqrt{gR}$

PART2　万有引力による位置エネルギー

問 1 $\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$

問 2 $\sqrt{2gR}$

PART3　ケプラーの法則

問 1 $\dfrac{5}{2}$ 倍

問 2 8 年

第 6 講　PART1　確認問題　解答

問 1

（1）　③

解説：

地表にある物体に働く重力は，地球から受ける万有引力に等しいから，$mg = G\dfrac{Mm}{R^2}$

整理して $GM = gR^2$

（2）　④

解説：

人工衛星に働く万有引力は $G\dfrac{Mm}{(R+h)^2}$

これが向心力となって地球のまわりを円運動するので，運動方程式は

$$m\frac{v^2}{R+h} = G\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

$$v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

$GM = gR^2$ を代入して

$$v^2 = \frac{gR^2}{R+h}$$

$$v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$$

（3）　④

解説：

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\frac{R+h}{g}}$$